

VISUALIZACIÓN EN LA SIMULACIÓN CON GEOGEBRA. UNA EXPERIENCIA DE REORGANIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Stephanie Chiquinquirá Díaz Urdaneta¹ y Juan Luis Prieto G.^{1,2}

¹Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática; ²LUZ
stephaniediazurdaneta@gmail.com, juanl.prietog@gmail.com
Uso de las TIC. Educación Media

RESUMEN

Actualmente, la disponibilidad de las tecnologías digitales ha generado que las actividades en las aulas de clases se vean transformadas. Una muestra de lo anterior puede verse reflejada en la diversidad de procesos cognitivos que se ven favorecidos en la actividad matemática que es mediada por este tipo de tecnologías. Uno de estos procesos es la visualización, entendida además como una oportunidad para la reorganización del conocimiento matemático a lo interno de la actividad matemática que se realice. En trabajos previos se han mostrado que la simulación con GeoGebra es una actividad basada en el uso de un conocimiento matemático movilizado durante la representación de fenómenos reales por medio del GeoGebra. En este trabajo, se parte de considerar que la simulación con GeoGebra favorece el desarrollo de capacidades de visualización espacial que, a su vez, permiten la reorganización del conocimiento matemático del colectivo involucrado en la actividad. Sin embargo, ante la poca información y evidencias que soporten tal afirmación, se describe una experiencia de simulación con GeoGebra que constituye un ejemplo, centrando la atención en cómo conceptos y propiedades matemáticas puestos en juego pueden ser reorganizados. Se considera que con esta descripción los profesores pueden animarse a realizar actividades con el uso de medios tecnológicos, como el GeoGebra, que les permita a sus estudiantes vivir experiencias de visualización, que le permita la reorganización de su conocimiento matemático.

Palabras clave: Visualización, reorganización, simulación con GeoGebra.

INTRODUCCIÓN

Gracias a la introducción de los medios tecnológicos a los escenarios escolares, las actividades que se llevan a cabo en las aulas de clase se han visto transformadas, tal como puede constatararse en diferentes estudios sobre la reorganización en la producción del conocimiento matemático en la actividad escolar apoyada en tecnologías digitales (Borba, 2007; Villa y Borba, 2011; Villa y Ruiz, 2010; Villa, Vélez, Rojas y Borba, 2013). En estos estudios se asume que el uso de determinados medios tecnológicos favorece el surgimiento de formas de conocimiento y, en consecuencia, la ampliación de las maneras de aprender de los estudiantes (Villarreal, 2012). Tales formas de aprender se traducen en nuevas experiencias que viven los involucrados durante el desarrollo de la actividad matemática del aula.

En este contexto, los sujetos que participan en experiencias educativas mediadas por tecnologías digitales llevan a cabo procesos cognitivos que son esenciales para el aprendizaje de la matemática, entre los cuales destaca la *visualización* (Torregrosa, 2002).

Este proceso representa una oportunidad para la producción de conocimiento matemático a partir del análisis de representaciones visuales. Para Borba y Villarreal (2005), la visualización se encuentra estrechamente relacionada con la *reorganización del conocimiento matemático*; sin embargo, no se cuenta con mucha información al respecto (Villa, Vélez, Rojas y Borba, 2013).

Desde el año 2013 el *Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática* (que funciona en la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia) ha promovido un proyecto educativo denominado Club GeoGebra para la Diversidad en diferentes instituciones educativas de la región zuliana, cuya actividad principal es la *simulación con GeoGebra*. Esta actividad consiste en representar un fenómeno (natural o científico) a través de modelos geométricos, utilizando como medio tecnológico el software GeoGebra. Este proyecto está dirigido a estudiantes de Educación Media del Estado Zulia (11-17 años), quienes se involucran voluntariamente en una dinámica de formulación y resolución de *tareas de simulación*, las cuales son resueltas con la ayuda de un promotor o una promotora y utilizando para ello al GeoGebra (Prieto & Gutiérrez, 2015). Por experiencia sabemos que en la simulación con GeoGebra tienen lugar procesos de visualización de los estudiantes que influyen en la reorganización del conocimiento matemático puesto en juego. Sin embargo, es necesario contar con evidencia empírica que apoye la afirmación anterior y permita develar las características de este proceso durante la actividad.

Por todo lo anterior, seguidamente se describe una experiencia de simulación con GeoGebra en la cual un estudiante basa su trabajo en procesos de visualización y discusiones con su promotor, que le conducen a reorganizar su conocimiento matemático respecto a los objetos geométricos presentes en el dibujo dinámico asociado al contrapeso de un motor de cuatro tiempos. El propósito de este trabajo es animar a los profesores a desarrollar actividades con estos medios que les permita a sus estudiantes “vivir” procesos de visualización como una oportunidad para la reorganización del conocimiento matemático escolar.

LA SIMULACIÓN CON GEOGEBRA

La *simulación con GeoGebra* es una actividad que consiste en representar un fenómeno (natural o científico) a través de modelos geométricos que tienen lugar en la interfaz gráfica del GeoGebra, utilizando para ello las herramientas de construcción, medida y demás opciones dinámicas que este software ofrece. A estos modelos computacionales de los fenómenos representados en la interfaz del software se les denominan *simuladores* y, en su mayoría, están relacionados a mecanismos naturales o científicos. Algunos ejemplos de este tipo de simuladores se pueden consultar en Prieto y Gutiérrez (2015). La elaboración de esta clase de simuladores se hace atendiendo a una serie de *tareas de simulación* que son resueltas de forma progresiva (Rubio, Prieto & Ortiz, 2016).

Cada tarea de simulación se asocia a alguna de las partes que componen al fenómeno, según la perspectiva de los involucrados, de manera que los estudiantes resuelven tantas tareas de simulación como partes del fenómeno son capaces de visualizar y seleccionar para representarlas. La resolución de estas tareas supone construir dibujos dinámicos de cada parte del fenómeno, en el siguiente orden de acciones: (i) elaborar un boceto de la parte del fenómeno a simular que ayude a tener una mejor apreciación de las formas que componen al dibujo (ver Figura 1a); (ii) interpretar las formas del boceto en términos geométricos, señalando en el boceto esos objetos geométricos que lo componen (ver Figura 1b), y (iii) representar estos objetos geométricos en la interfaz del GeoGebra (ver Figura 1c). Los *dibujos dinámicos* son modelos geométricos elaborados en entornos dinámicos que conservan las propiedades espaciales que le son declaradas en su construcción cuando son arrastrados por sus elementos libres (Laborde, 1997).

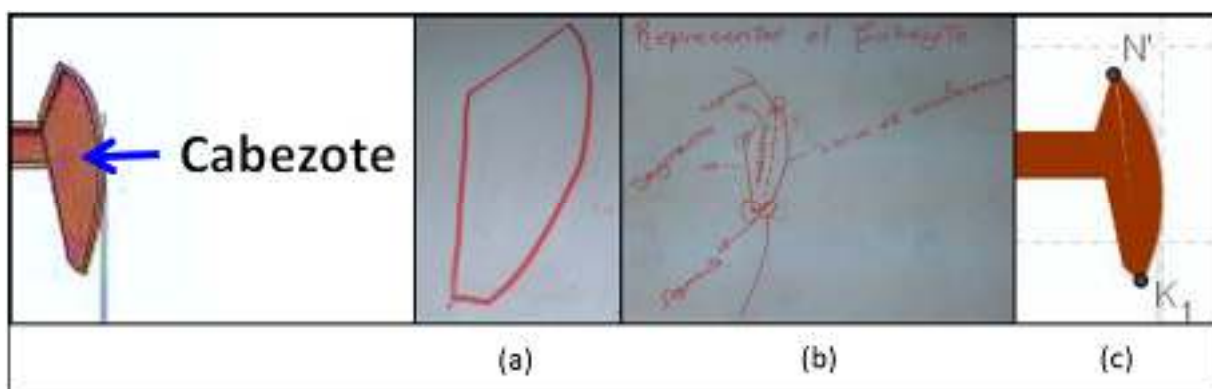


Figura 1. Ejemplo de resolución de una tarea de simulación

Durante la interpretación de las formas y figuras inmersas en el boceto, los sujetos procuran seleccionar objetos geométricos que, desde su perspectiva, representen mejor esa parte del fenómeno que se quiere simular y, en ocasiones, utilizan el GeoGebra para validar su elección. En ese momento, los procesos de visualización de los sujetos les ayudan a validar la correspondencia entre la realidad en el boceto y el objeto geométrico seleccionado, conduciendo muchas veces a una reorganización del conocimiento matemático puestos en juego. Lo anterior se evidencia a través de los discursos orales y escritos de los estudiantes y su promotor, que giran en torno a la resolución de las tareas de simulación con GeoGebra, poniéndose de manifiesto lo que los involucrados visualizan. Para lograr una mejor comprensión de lo anterior, en el siguiente apartado se trata de describir la forma en que se reorganiza el conocimiento matemático durante las experiencias de simulación con GeoGebra, apoyándonos el marco teórico *Humanos-con-Medios*.

REORGANIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO Y LA SIMULACIÓN CON GEOGEBRA

Las relaciones entre las tecnologías digitales y la actividad humana han sido objeto de estudio en diversos campos del saber. Desde una perspectiva psicológica, Tikhomirov (1981) plantea que el papel del computador en la actividad humana puede ser entendido y analizado desde los enfoques de *sustitución*, *suplementación* y *reorganización*. Mientras que el enfoque de *sustitución* propone que la actividad intelectual del ser humano puede ser reemplazada por el computador, en el enfoque de *suplementación* esta herramienta es vista como una extensión del pensamiento humano que incrementa considerablemente el volumen y velocidad de procesamiento de la información (Villareal, 2000). En cambio, desde el enfoque de la *reorganización*, la actividad humana se transforma de tal manera que condiciona la forma de conocer de los humanos. El reconocimiento de este tipo de relación *humano-computador* otorga a las tecnologías digitales un estatus de herramientas transformadoras de la actividad humana, superando así posturas generalizadas en las que se asumen como meros complementos (Villarreal, 2003, 2004, 2013).

Los planteamientos de Tikhomirov sobre la *reorganización* del pensamiento humano sirvieron de base al surgimiento del marco teórico *Humanos-con-Medios*, propuesto por Borba y Villareal (2005), el cual se fundamenta en dos ideas centrales: (i) la cognición no es individual, sino más bien de naturaleza colectiva y (ii) la cognición incluye a los medios digitales con los cuales se produce el conocimiento. Desde esta perspectiva, la actividad de simulación con GeoGebra puede ser analizada bajo los parámetros de la teoría de *Humanos-con-Medios* ya que su desarrollo es de naturaleza colectiva (involucra a estudiantes de Educación Media y promotores de los aprendizajes) y se realiza mediante el software GeoGebra como el medio tecnológico idóneo para la simulación.

Además, desde la teoría de *Humanos-con-Medios* se valora el protagonismo de la tecnología en la reorganización de conocimiento matemático, considerándola estrechamente ligada a la *visualización*, un proceso cognitivo que apoya la representación, generalización, transformación, documentación, reflexión y comunicación sobre la base de información visual (Hershkowitz et al, 1990; Torregrosa, 2002). Para otros autores, la visualización se refiere a la producción de imágenes que representen ciertos conceptos, propiedades o situaciones y realizar lecturas visuales a partir de estas representaciones (Alsina, Fortuny y Pérez, 1997). En la simulación con GeoGebra, la *visualización* es concebida como un proceso cognitivo a través del cual se representan un fenómeno (natural o científico) seleccionado, utilizando ideas matemáticas (en diferentes registros) que son ampliadas o reorganizadas durante el desarrollo de la actividad.

En los siguientes apartados se describe el contexto y la experiencia donde se evidencia cómo uno de los participantes reorganiza sus conocimientos geométricos a partir

de procesos de visualización que pudo experimentar en el marco la simulación con GeoGebra.

CONTEXTO DE LA EXPERIENCIA

La experiencia descrita en este trabajo se desarrolló en el marco de las actividades de un Club GeoGebra que funciona en una institución oficial de Educación Media en la ciudad de Cabimas del estado Zulia. El club está conformado por dos estudiantes de 5to año y un promotor; este último es un estudiante para profesor de Matemática y Física. Las actividades del club se llevan a cabo en sesiones de trabajo, que se realizan una o dos veces por semana. Para el caso de esta investigación, se seleccionó una de las sesiones donde participó solo uno de los estudiantes del club (le llamaremos Pedro) y su promotor. El proyecto de simulación del estudiante consistía en representar el mecanismo de un motor de cuatro tiempos.

Para el momento de la sesión, el participante contaba con algunas cuestiones atendidas: la elección de una imagen de referencia de su fenómeno (ver Figura 2a), la primera tarea de simulación que consistía en representar el contrapeso del motor (ver Figura 2b), y un boceto asociado a dicha parte del fenómeno (ver Figura 2c). En el siguiente apartado, se describe la experiencia en donde puede evidenciarse un proceso de visualización que le permite al participante reorganizar su conocimiento matemático en cuanto a sus ideas con respecto a la representación gráfica de un cuadrado que él veía en la parte del boceto que le faltaba asociar a un objeto matemático.

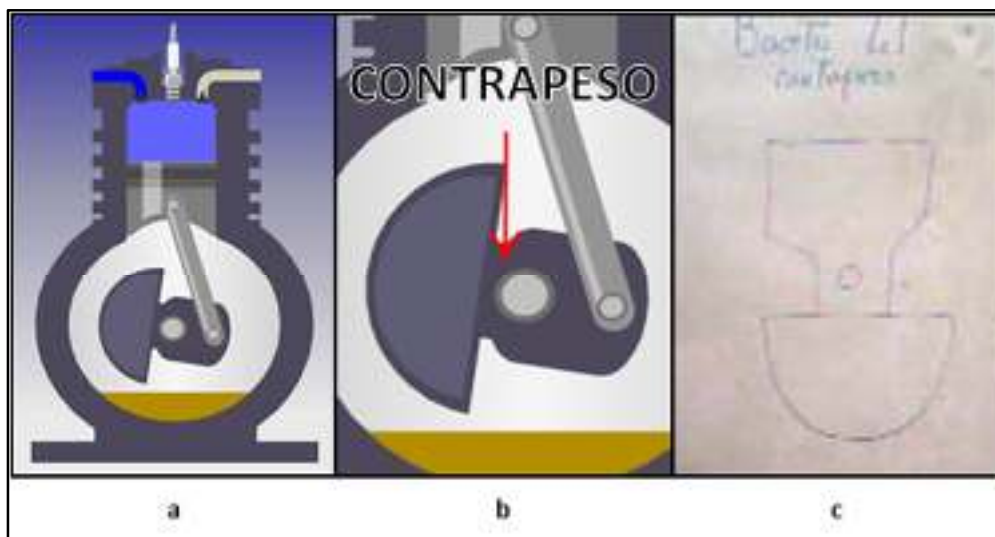


Figura 2. Estatus de la simulación del participante en el momento de la experiencia

DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

La siguiente descripción se centra en el momento que los participantes interpretan el boceto del mecanismo en términos matemáticos, con el fin de identificar aquellos objetos

geométricos que mejor representaran el contrapeso. Específicamente, se ha considerado el momento en que Pedro y el promotor discutían sobre la mejor representación para la parte superior del contrapeso, la cual faltaba por identificar (ver Figura 3). En ese instante, Pedro menciona que el objeto geométrico más parecido a la parte superior del contrapeso era un *cuadrado*. Seguidamente, el promotor decidió representar este objeto en el GeoGebra con el fin de constatar si Pedro realmente conocía las propiedades del cuadrado. El promotor comentó que éste era un polígono regular y como tal, podía ser construido con la herramienta *Polígono regular* cuyo requerimiento es “dos puntos extremos de un lado; luego, número de vértices”.

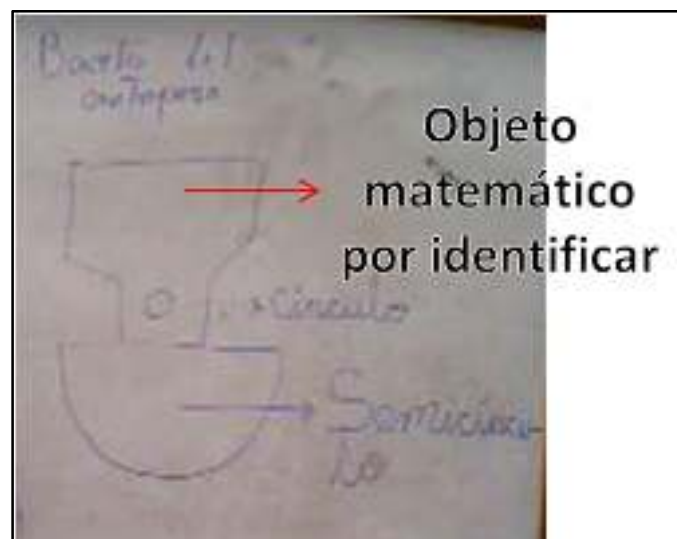


Figura 3. Objeto matemático que falta por identificar en el boceto

Pedro utilizó esta herramienta e indicó los dos puntos y la cantidad de vértices requeridos por el software. Automáticamente se generó la representación de un cuadrado en la *Vista Gráfica*. A partir de este producto, el promotor discute con Pedro sobre la definición de un cuadrado, centrando la atención en la congruencia de los lados. Para verificar si lo representado en la pantalla era realmente un cuadrado, el estudiante utiliza la herramienta *Distancia o Longitud* para medir cada uno de los lados del polígono, dándose cuenta que, en efecto, todos tienen la misma longitud. Luego, los participantes discuten sobre la medida de los ángulos internos de un cuadrado, cuya congruencia también es comprobada mediante la herramienta *Ángulo* (ver Figura 4). A partir de lo que Pedro es capaz de visualizar en la interfaz gráfica del GeoGebra, este participante elabora una definición del cuadrado en los siguientes términos: *una figura geométrica compuesta por cuatro segmentos que son iguales en medida y sus ángulos también son iguales en medida*. Luego de ello, el promotor procura un “refinamiento” de esta definición, agregándole que el cuadrado es un polígono regular de cuatro lados.



Figura 4. Visualización de un cuadrado

Luego de la visualización del cuadrado y de haber discutido sobre las características del cuadrado, el promotor le pregunta a Pedro si este objeto realmente puede representar mejor la parte que estaban tratando. Él responde que no y asegura que lo que se observa en el boceto no es un cuadrado. Este cambio de perspectiva es un ejemplo de la manera en que unos sujetos se apoyan en la *visualización* del cuadrado para avanzar en la simulación con GeoGebra que se propone. En la experiencia se evidencia cómo Pedro reorganiza su conocimiento sobre las características del cuadrado, al punto de reconocer su ausencia en la situación. Además, se puede observar como la discusión colectiva de los involucrados y la interacción con el medio tecnológico ayudaron a que se pudiera vivir esa experiencia que permitiera seguir adelante con la simulación del fenómeno.

REFLEXIONES FINALES

En el desarrollo de este trabajo se ha intentado presentar a la visualización como un proceso cognitivo que permite la reorganización del conocimiento matemático de los sujetos que se involucran en experiencias de simulación con GeoGebra. Específicamente se tuvo la intención de aportar información que ayude a comprender la manera en que la visualización puede tener lugar en la simulación y cómo puede ayudar a que los involucrados reorganicen su conocimiento matemático durante el desarrollo de una actividad tecnológicamente mediada. Como resultado de este proceso, el estudiante pudo trascender esas imprecisiones sobre el cuadrado y su relación con la parte del mecanismo a simular, pese a su recorrido por un sistema educativo como el nuestro, en el cual el cuadrado mantiene una fuerte presencia desde los primeros grados escolaridad formal.

Estos resultados pueden deberse a tres cuestiones muy puntuales: (i) el tipo de actividad que se ha propuesto, (ii) al colectivo que desarrolla la actividad y (iii) al medio tecnológico que se ha utilizado. Con respecto a la actividad, ésta se genera a partir de las necesidades de representación de los participantes y se apoya en un conocimiento matemático que emerge en el momento. En cuanto al colectivo, en su mayoría, éstos sujetos no son expertos en el área de Matemática, aunque se mantienen dispuestos a construir su propio conocimiento a partir de lo que están visualizando en la pantalla del computador. Finalmente, en lo que respecta al medio tecnológico, el GeoGebra resulta para los participantes un software de “fácil” manejo, que ofrece a los usuarios las ayudas necesarias para su manipulación.

Para finalizar, en la descripción puede observarse una relación entre la visualización y la reorganización del conocimiento matemático, sin embargo, es necesario otros estudios que ayuden a develar o caracterizar mejor este tipo de relación.

REFERENCIAS

- Alsina, C., Fortuny, J.M. y Pérez, R. (1997). *¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO*. Madrid: Síntesis.
- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation* (Vol. 39). Springer Science & Business Media.
- Hershkowitz, R., Ben-Chaim, D., Hoyles, C., Lappan, G., Mitchelmore, M., y Vinner, S. (1990). Psychological aspects of learning geometry. *Mathematics and cognition*, 70-95. Cambridge: Cambridge University Press.
- Laborde, C. (1997). Cabri Géométra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig (Ed.), *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática* (pp. 33-48). Madrid: Una empresa docente.
- Prieto, J.L. & Gutiérrez, R.E. (Comps.). (2015). *Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia*. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red.
- Rubio, L., Prieto, J.L. & Ortiz, J. (2015). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *International Journal of Educational Research and Innovation (UJERI)*, 2, 90-111.
- Torregrosa, G. (2002). *Visualización y aprendizaje de la Geometría*. Universidad de Alicante, España.
- Tikhomirov, O.K. (1981). “The psychological consequences of computerization”, en J.V. Wertsch (ed.), *The concept of activity in Soviet Psychology*, Nueva York, M.E. Sharpe, pp. 256-278.
- Villa, J. A., Vélez, L., Rojas, C. y Borba, M. C., 2013. Visualización de conceptos matemáticos. GeoGebra en la reorganización de los modos de producción de conocimiento

- matemático. En López, L. (Ed), *Una visión de las ciencias básicas. Modelación y aplicación a casos reales* (pp, 65-80). Medellín, Colombia: Sello Editorial.
- Villa, J. A., y Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de noción variacional. *Educação Matemática Pesquisa*, 12(3), 514-528.
- Villa, J. A, y Borba, M. C. (2011). Humans-with-media en la producción del conocimiento matemático: el caso de Geogebra.
- Villarreal, M. E. (2000). El pensamiento matemático de estudiantes universitarios de cálculo y tecnologías informáticas. *Revista de Educación Matemática*, 15(1).
- Villarreal, M. E. (2003). Pensamiento matemático, cálculo diferencial y computadoras. *Educación matemática*, 15(1), 99-122.
- Villarreal, M. E. (2004). Transformaciones que las tecnologías de la información y la comunicación traen para la educación matemática. *Yupana*, 1(1), 41-55.
- Villarreal, M. E. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 3(5), 73-94.
- Villarreal, M. E. (2013). Humanos-con-medios- un marco para comprender la producción matemática y repensar prácticas educativas. En Miranda, E. & Pauciulli, N. (Ed), *Formación de profesores, curriculum, sujetos y prácticas educativas. La perspectiva de la investigación en Argentina y Brasil* (pp, 85-122). Córdoba, Universidad de Córdoba. E-Book.